

Modulation - Démodulation

Introduction, contexte : *détaillé en classe*

I) Transmission d'un signal sur de grandes distances

1) Présentation du problème

La transmission d'un signal sur de grandes distances est un enjeu majeur.

<table border="0"><tr><td>La voix (son)</td><td rowspan="2">}</td><td rowspan="2">ne portent pas assez loin.</td></tr><tr><td>La lumière (image)</td></tr></table>	La voix (son)	}	ne portent pas assez loin.	La lumière (image)
La voix (son)	}			ne portent pas assez loin.
La lumière (image)				

On utilise donc des moyens de télécommunication :

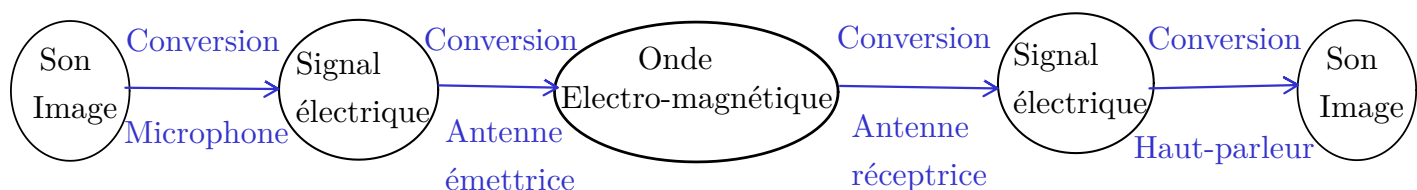
- _ Téléphone
- _ Télévision
- _ Internet
- - - - -

Voies de communication :

- _ Filaire (ADSL) -> fil électrique de cuivre
- _ Optique (fibre optique)
- _ Hertzien (ondes électromagnétiques)

Au programme : communications hertziennes

Mais le principe de modulation-démodulation est le même pour tous les autres moyens de transmission.



Problème : Les fréquences du signal sont souvent inadaptées pour les transports à longue distance, car :

→ Séparation des divers signaux

Chaque station de radio / téléphone a pour but de transmettre du son (20Hz - 20kHz)

En captant le signal, on ne pourrait plus séparer les diverses stations : il faut donc translaté le spectre d'une station 1 autour d'une fréquence porteuse f_1 qui lui est propre, de la station 2 autour de f_2 , etc...

→ Taille des antennes

Pour être efficace, une antenne doit avoir une hauteur h du même ordre de grandeur que la longueur d'onde.

Un son de 300 Hz converti en onde électromagnétique de 300 Hz a une longueur d'onde :

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{300} = 1000 \text{ m} !$$

⇒ Il faut donc translaté la fréquence vers des valeurs beaucoup plus élevées (donc plus petites longueur d'onde).

→ Dispersion de l'onde (distortion)

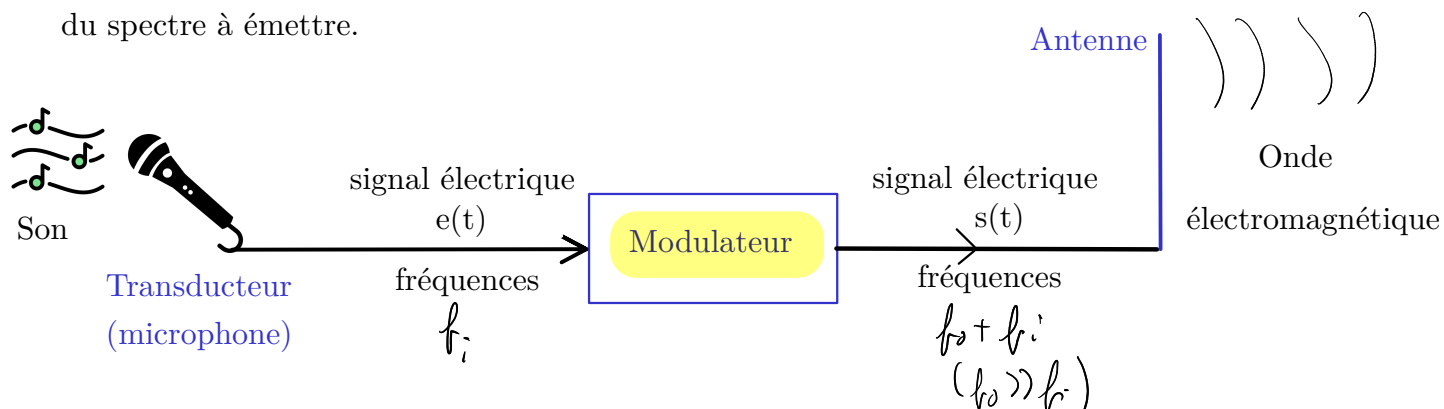
La vitesse de propagation dépend de f

Le son s'étale de 20 Hz à 20 kHz : spectre trop large (facteur 1000)

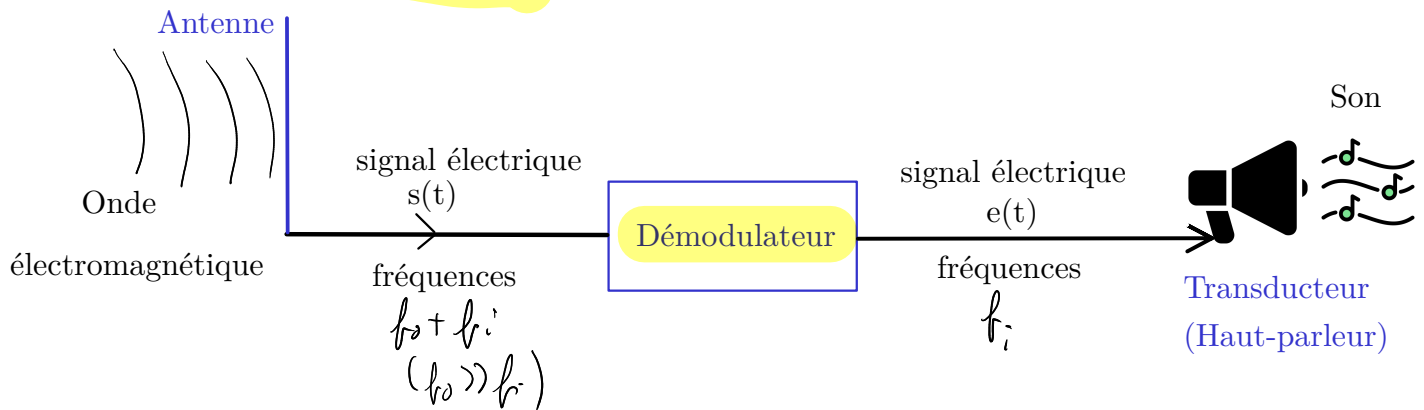
Donc dispersion ⇒ distorsion de l'onde ⇒ mauvaise qualité.

Translaté ce spectre autour d'une porteuse de 1 GHz donne un écart relatif beaucoup plus petit entre les 2 fréquences extrêmes du signal.

En conclusion, il est donc nécessaire d'utiliser un modulateur qui augmente la fréquence du spectre à émettre.



Ensuite à la réception, il faut retraiter les fréquences captées pour retrouver le spectre d'origine : c'est un démodulateur.



Nous allons étudier dans ce cours un exemple de modulateur et de démodulateur.

Un même appareil peut éventuellement faire les deux (internet, téléphone) appelé modem.

mod(ulateur) →
dem(odulateur) ←

2) Divers types de modulation-démodulation

Pour un signal analogique :

- | | | |
|--------------------------------|---|----------------|
| • Modulation d'amplitude (AM) | ~ | MHz |
| • Modulation de fréquence (FM) | ~ | 100 MHz |
| • Modulation de phase (PM) | } | ~ qqes 100 MHz |
| • DAB+ (radios numériques) | | |
| • Téléphonie mobile 4G, 5G | ~ | G Hz |

f porteuse :

Il y a dans tous les cas :

- Un signal à transporter (dit "utile" ou "informatif") noté $e(t)$ et de fréquence(s) f_i
- Le signal de haute fréquence utilisé pour le transport : la porteuse de fréquence f_0 ($f_0 \gg f_i$)

→ Modulation d'amplitude (AM)

La porteuse de fréquence f_0 a son amplitude modulée : l'amplitude est une image de $e(t)$

Utilisée historiquement en radiodiffusion (France Inter, Europe 1, RMC, RTL, ...), et appelée "grandes ondes" en raison de la grande longueur d'onde liée aux basses fréquences qu'elles utilisent. Elles sont progressivement abandonnées au profit de la FM (analog.) ou de la DAB+ (numérique)

La largeur du spectre du signal informatif est limitée à $[0 - 4,5]$ kHz au lieu de $[0 - 20]$ kHz pour limiter la "place" occupée par le signal.

Qualité médiocre mais simple à réaliser

→ Modulation de fréquence (FM)

Le signal a une fréquence modulée autour de f_0 :

$$s(t) = a \cos(2\pi f(t) \cdot t)$$

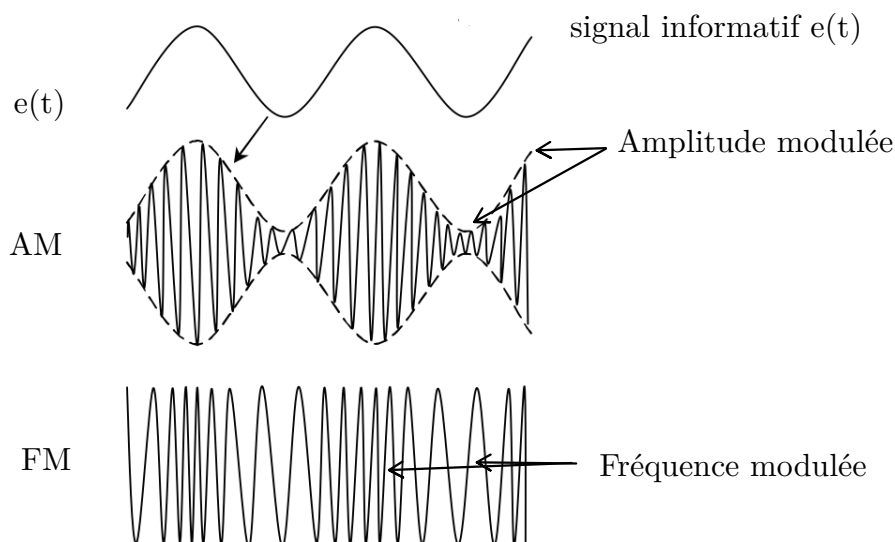
$$\text{avec } f(t) = f_0 + k_f \cdot e(t)$$

Plus grande qualité

→ Modulation de phase (PM)

La phase du signal $\varphi(t)$ est modulée suivant $e(t)$:

$$s(t) = a \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)) \quad \text{avec } \varphi(t) = k_\varphi e(t)$$

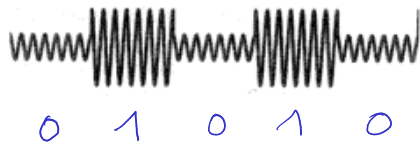


La seule au programme est la modulation d'amplitude.

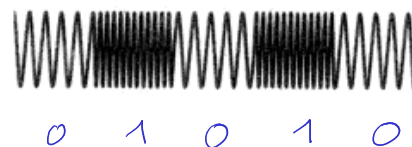
Remarque : pour un signal numérique

Même principe si transmission numérique

Modulation d'amplitude



Modulation de fréquence avec deux fréquences avec f_1 et f_2



Remarque : la modulation change la fréquence du signal. Il faut donc obligatoirement un élément non linéaire.

II) Modulation d'amplitude

1) La modulation sans porteuse

Signal utile : $e(t) = e_0 \cos(\omega_i t)$

Porteuse : $p(t) = a_0 \cos(\omega_o t)$

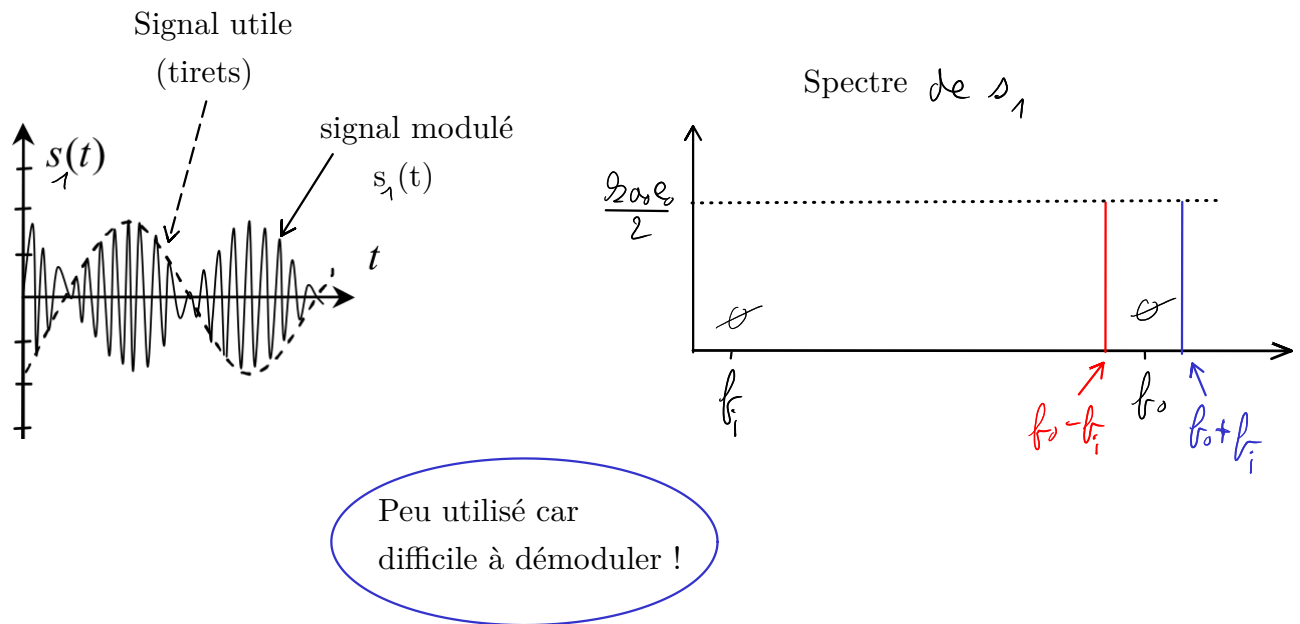
Avec $\omega_o \gg \omega_i$

L'élément non linéaire utilisé ici est un multiplieur : les 2 signaux sont multipliés

$$\begin{array}{c} e(t) \rightarrow \\ p(t) \rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} \times \\ \hline 2 \end{array}} \rightarrow s_1(t) = \frac{1}{2} \cdot e(t) \cdot p(t) \quad \left(\frac{1}{2} \text{ constante en } V^{-1} \right)$$

($\frac{1}{2} = 0,1 V^{-1}$ en T.P.)

$$\begin{aligned} s_1(t) &= \frac{1}{2} a_0 e_0 \cos(\omega_i t) \cos(\omega_o t) \\ &= \frac{1}{2} \frac{a_0 e_0}{2} \cos(\underbrace{(\omega_o - \omega_i)}_{\text{fréquence } f_o - f_i} t) + \frac{1}{2} \frac{a_0 e_0}{2} \cos(\underbrace{(\omega_o + \omega_i)}_{\text{fréquence } f_o + f_i} t) \quad \text{en linéarisant} \end{aligned}$$



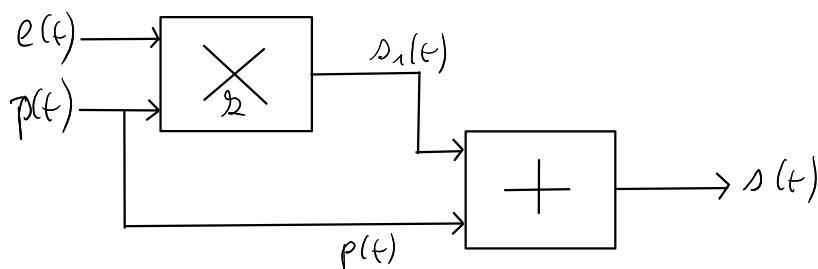
On constate que la fréquence du signal informatif n'est pas présente dans le spectre.

Les fréquences du spectre obtenu sont proches de f_0 .

Par contre, la porteuse f_0 n'est pas présente non plus, d'où le nom de modulation sans porteuse.

2) La modulation d'amplitude avec porteuse

On ajoute la porteuse au signal précédent à l'aide d'un sommateur :



$$s_1(t) = \frac{1}{2} a_0 e_0 \cos \omega_i t \cdot \cos \omega_0 t$$

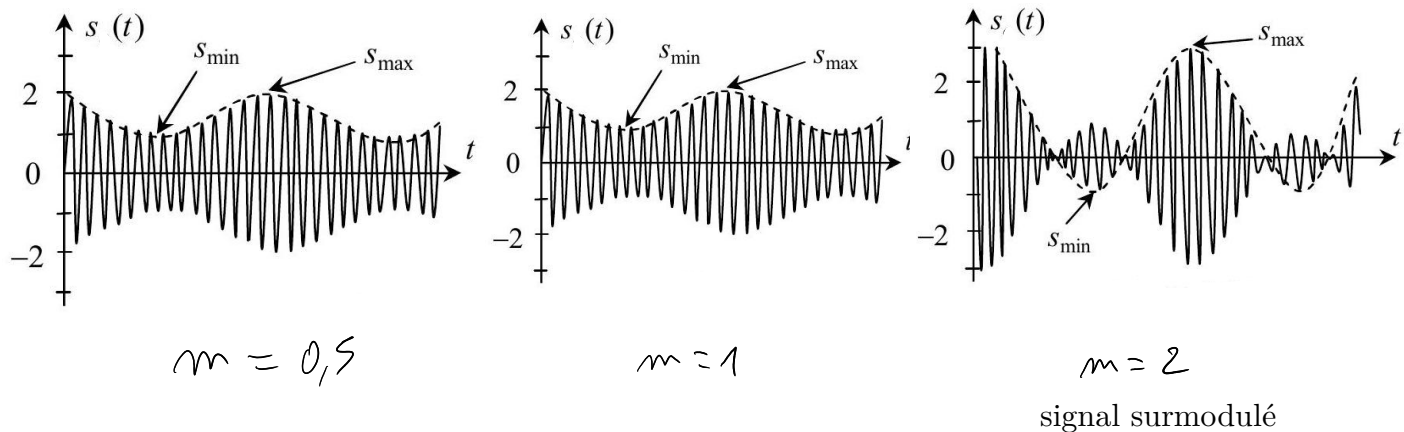
$$s(t) = s_1(t) + a_0 \cos \omega_0 t = a_0 \cos \omega_0 t \left(1 + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{e_0}{a_0}}_{\text{note } m} \cos \omega_i t \right)$$

$$s(t) = a_0 \cos \omega_0 t (1 + m \cos \omega_i t)$$

Tracé du signal temporel : $s(t) = \underbrace{a_0(1+m \cos \omega_i t)}_{\text{"lent" (amplitude)}} \cdot \cos \omega_o t$ ↑ rapide

soit $s_{\max} = a_0(1+m)$ l'amplitude maximale

et $s_{\min} = a_0(1-m)$ l'amplitude minimale

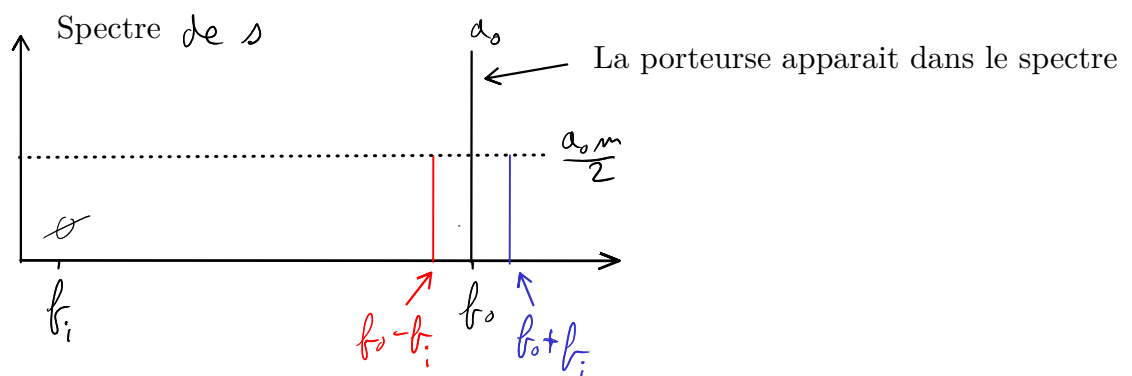


Recherchons le spectre du signal. Pour cela, il faut décomposer $s(t)$ en série de Fourier

Il suffit de linéariser les produits de cosinus :

$$s(t) = a_0 \cos \omega_o t + a_0 m \underbrace{\cos \omega_o t \cos \omega_i t}_{\frac{1}{2} \left[\cos((\omega_o - \omega_i)t) + \cos((\omega_o + \omega_i)t) \right]} \quad \text{en linéarisant}$$

$$s(t) = \frac{a_0 m}{2} \cos((\omega_o - \omega_i)t) + a_0 \cos \omega_o t + \frac{a_0 m}{2} \cos((\omega_o + \omega_i)t)$$



Remarque : le multiplieur est un élément non linéaire : il fait apparaître de nouvelles fréquences non présentes dans les signaux d'entrée : $(f_o - f_i)$ et $(f_o + f_i)$.

m est appelé le taux de modulation

$$\left. \begin{aligned} \rho_n &= a_s (1+m) \\ \rho_m &= a_s (1-m) \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} \rho_n - \rho_m &= 2 a_s m \\ \rho_n + \rho_m &= 2 a_s \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{m = \frac{\rho_n - \rho_m}{\rho_n + \rho_m}} \quad \text{Taux de modulation}$$

On remarque que la modulation de l'amplitude (forme de l'amplitude) est le signal informatif à une constante multiplicative près

→ Plus le taux de modulation m est grand, plus l'amplitude est modulée.

Le signal informatif est d'autant plus marqué que m est grand.

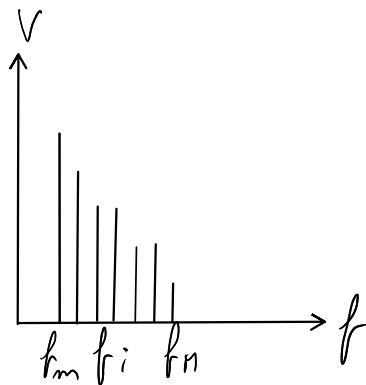
→ Par contre, si $m > 1$ (voir tracé $m=2$ page précédente), alors le signal est surmodulé.

ρ_m est alors négatif, et la démodulation peut poser problème pour certains démodulateurs (détecteurs de crête par exemple)

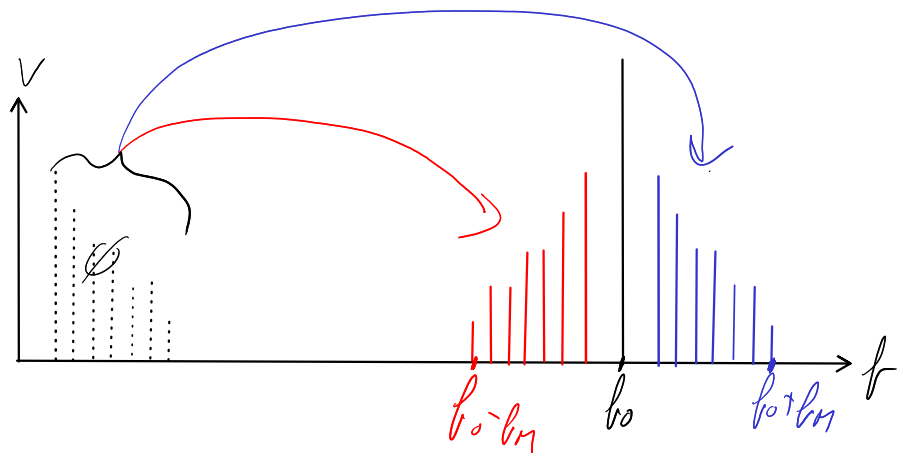
On choisira donc m proche de 1, mais inférieur à 1 : $m \leq 1$

Remarque : le spectre d'un enregistrement audio ne contient pas qu'une seule fréquence mais de nombreuses fréquences f_i comprises entre 20 et 20kHz.

Spectre de e, signal informatif



Spectre de s, signal modulé

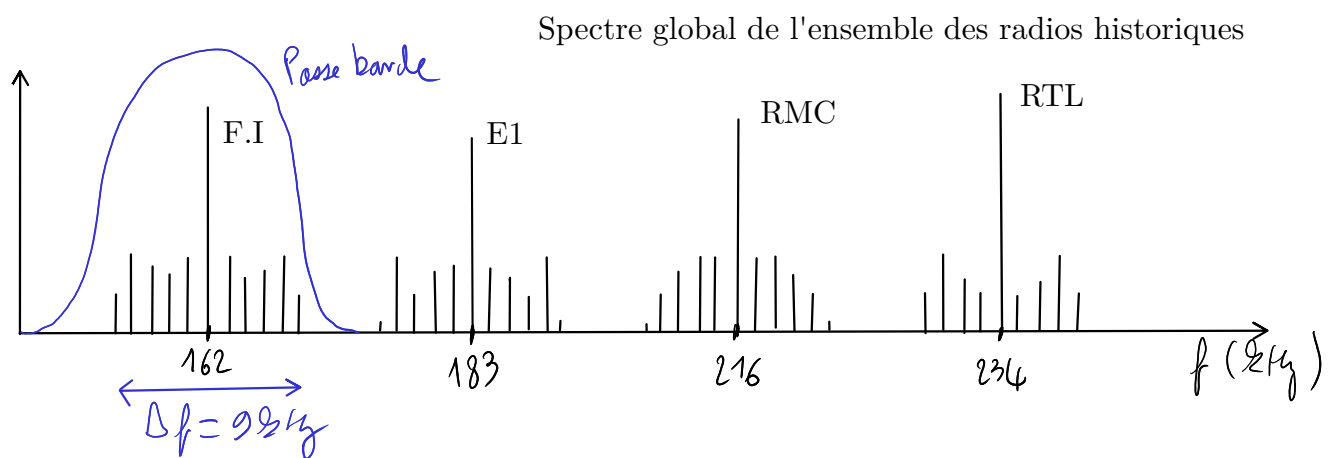


III) La démodulation

Chaque radio utilise sa propre porteuse, ce qui permet de séparer les signaux informatifs.

La plupart des fréquences présentes dans le son de la voix sont inférieures à 4,5kHz.

Le spectre du signal informatif est donc limité à 4,5kHz au lieu de 20kHz, ce qui permet de réduire sensiblement la largeur du spectre et prend donc "moins de place". Chaque signal occupera alors 9kHz de largeur de spectre (2 fois 4,5kHz). En pratique, pour séparer correctement 2 stations voisines, un écart d'environ 20kHz est prévu, ce qui limite le nombre de stations possibles pour une plage spectrale donnée.

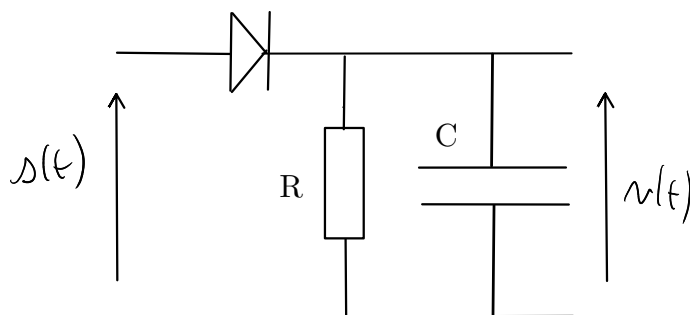


On utilise d'abord un passe-bande de largeur de bande, 9 kHz, pour ne garder que les signaux que d'une seule station.

Pour sélectionner la station, le passe bande doit avoir une fréquence max f_0 réglable.

Puis il faut démoduler le signal ainsi sélectionné.

1) Le détecteur de crête



“Montage avec diode R et C bien choisis”

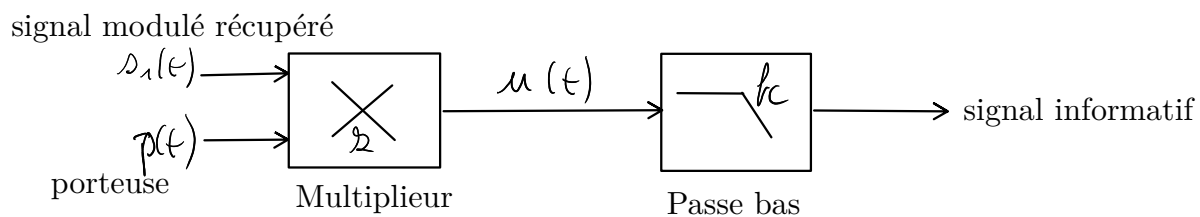
cf T.P.

La démodulation par détecteur de crête est très simple à réaliser, mais de qualité très médiocre.

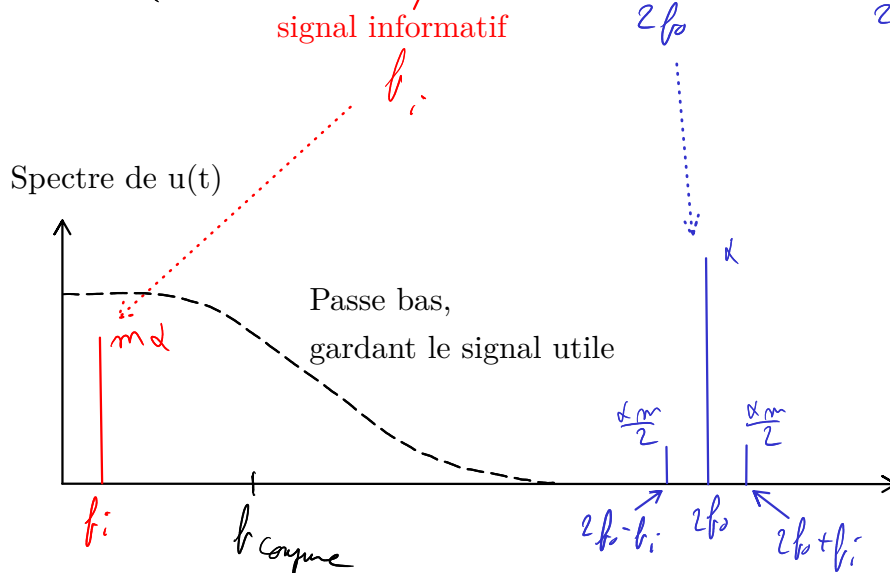
Ne peut démoduler que le signal modulé avec porteuse, à condition qu'il ne soit pas surmodulé.

2) La démodulation synchrone (à préférer)

Principe : le signal capté/récupéré (donc modulé) est multiplié par la porteuse, puis filtré.



$$\begin{aligned}
 u(t) &= g \cdot p(t) \cdot s_1(t) \\
 &= g a_o^2 (\cos \omega_o t)^2 (1 + m \cos \omega_i t) \\
 &= g \frac{a_o^2}{2} (1 + \cos 2\omega_o t) (1 + m \cos \omega_i t) \\
 &= g \frac{a_o^2}{2} (1 + m \cos \omega_i t + \cos 2\omega_o t + m \cos 2\omega_o t \cdot \cos \omega_i t) \\
 &= g \frac{a_o^2}{2} \left[1 + m \cos \omega_i t + \cos 2\omega_o t + \frac{m}{2} \cos(2\omega_o - \omega_i)t + \frac{m}{2} \cos(2\omega_o + \omega_i)t \right]
 \end{aligned}$$



La fréquence de coupure du passe bas doit être très inférieure à $2 f_0$, mais doit laisser passer tout le spectre audible :

$$f_{\text{max audible}} = 4,5 \text{ kHz} < f_{\text{coupure}} \ll 2 f_0$$

Puis il reste à enlever la composante continue.

Remarque : la démodulation synchrone peut aussi démoduler les signaux modulés double bande sans porteuse, ainsi que les signaux surmodulés