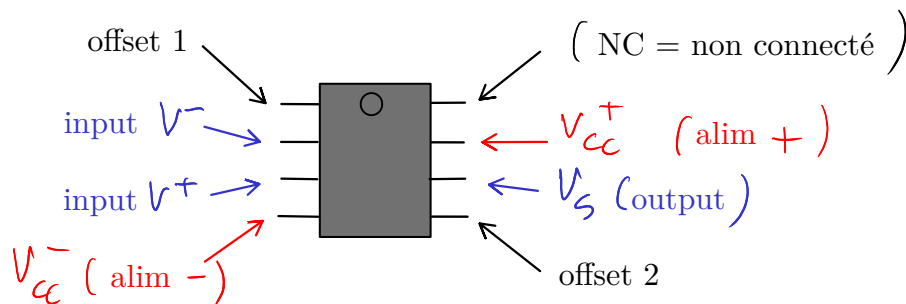


Rétroaction : exemple de l'amplificateur linéaire intégré

I) L'amplification linéaire intégrée (A.L.I.)

1) Le modèle de l'ALI du premier ordre

Amplificateur linéaire intégré ALI (nom donné dans le programme officiel de PSI)
ou Amplificateur opérationnel AO (nom plus courant dans la littérature)



C'est un circuit intégré composé de transistors, et actif. Il comporte 2 entrées (input) notées V^+ et V^- , et une sortie (output) V_s

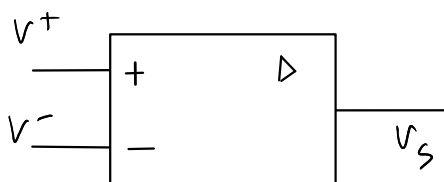
Ce composant étant **actif**, il apporte de l'énergie en sortie (tension V_s et courant I_s)

L'ALI doit donc être alimenté pour pouvoir fournir cette énergie.

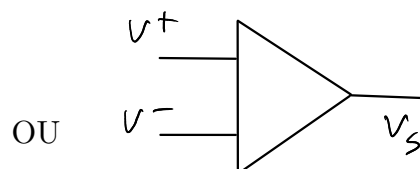
L'alimentation, notée V_{cc}^+ et V_{cc}^- veut généralement +15V et -15V.

Représentation schématique d'un ALI :

Sur le schéma, on se limite à représenter les bornes d'entrée V^+ et V^- , et la sortie V_s .



Représentation européenne



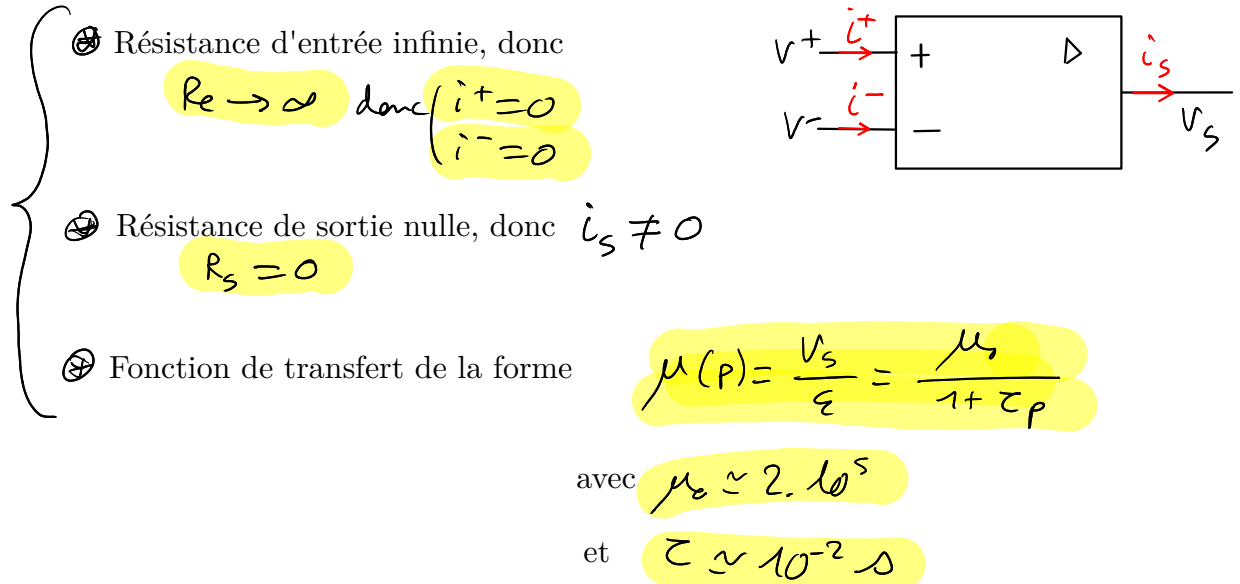
Représentation américaine

(Alimentation non représentée)

2) Propriétés

Soit $\varepsilon = V^+ - V^-$: entrée différentielle

Modèle de l'ALI du premier ordre (est une approximation) :



En réalité : $R_e \simeq 100 \text{ M}\Omega$ ("grand") et $R_s \simeq 10 \text{ à } 100 \Omega$ ("petit")

Remarque : c'est un passe-bas du premier ordre

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

gain statique $\mu_0 \simeq 2 \cdot 10^5$
pulsation de coupure $\omega_0 = \frac{1}{\tau} \simeq 100 \text{ rad/s}$

À basse fréquence $\mu \simeq \mu_0$ pour $\omega < \omega_0$

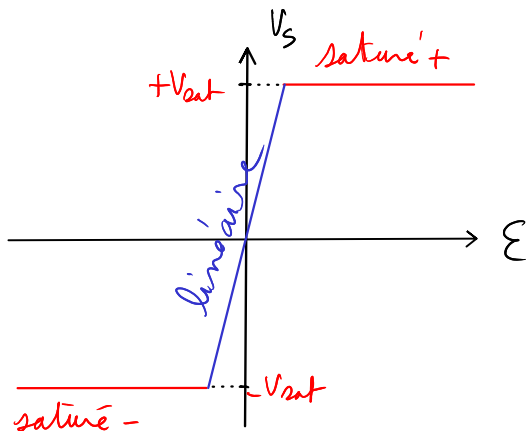
Fréquence de coupure : $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \simeq 20 \text{ Hz}$

μ_0 est appelé le gain statique. C'est le gain de l'ALI dans sa bande passante (BF)

Limitations :

Toutefois

- ③ l'ALI ne peut pas donner plus de $+V_{sat} / -V_{sat}$ en sortie ($V_{sat} \approx V_{cc_{alim}}$)



Il y a deux modes de fonctionnement :

→ Linéaire
ou
→ Saturé (+ ou -)

Caractéristique statique entrée/sortie

- ④ Is ne peut pas dépasser 20 mA en sortie (Sauf Amplificateur de puissance)

Un ALI n'est donc adapté pour alimenter un appareil de puissance : son usage est limité à l'électronique du signal.

Remarque : passons à l'équation différentielle

$$\mu(p) = \frac{\mu_0}{1+j\omega\tau} = \frac{V_s}{\varepsilon} \rightarrow (1+j\omega\tau)V_s = \mu_0\varepsilon$$

soit $V_s(t) + \tau \frac{dV_s(t)}{dt} = \mu_0 \varepsilon(t)$ avec $\tau \approx 10^{-2} s = 10 ms$

Le temps caractéristique de réponse d'un ALI (par exemple en régime transitoire) est de l'ordre de $\tau \approx 10ms$, ce qui est très lent en électronique !

C'est également une limitation de l'ALI



Enfin, il y a un problème majeur à l'utilisation de l'ALI seul :

Les parasites en tension sont de l'ordre de 1mV

Imaginons un parasite de 1mV en entrée :

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = 1mV \\ \mu_0 = 10^5 \end{array} \right\} V_s \sim 10^{-3} \times 10^5 = 100V! > V_{sat}!$$

Donc

⇒

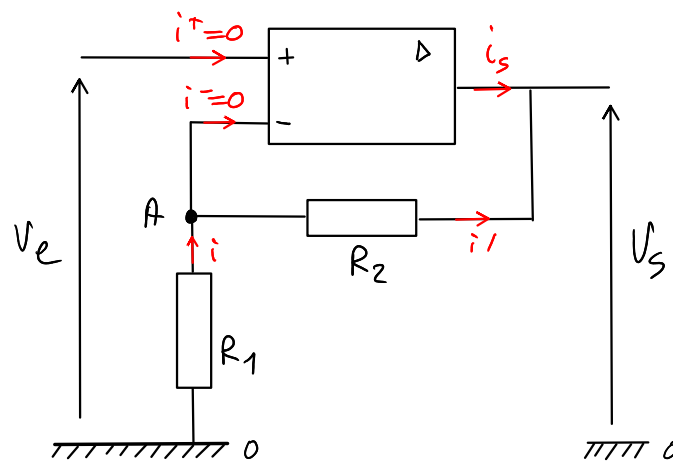
Un ALI sans rétroaction est toujours saturé

→

Il est nécessaire d'ajouter une rétroaction pour stabiliser l'ALI et le faire fonctionner en régime linéaire

3) Étude d'un montage à rétroaction négative :

l'amplificateur (non inverseur)



Amplificateur non-inverseur

On a

$$\bullet \underline{V_s} = \mu \underline{\varepsilon} = \frac{\mu}{1 + j\omega Z} \underline{\varepsilon} \quad (1)$$

N'exprimer que des tensions !

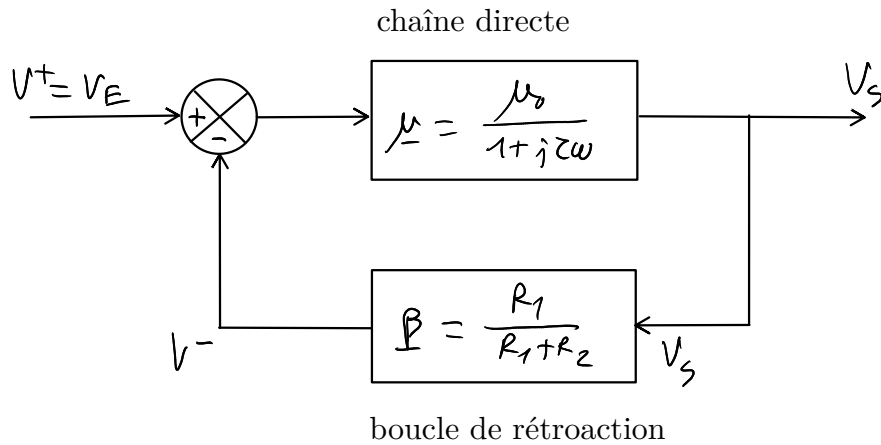
$$\bullet \underline{\varepsilon} = \underline{V^+} - \underline{V^-} \quad (2)$$

De plus $i^+ = i^- = 0$ (impédance d'entrée ALI ∞) donc $i = i'$

donc, on peut appliquer le pont diviseur de tension en A :

$$\bullet \underline{V^-} = \underline{V_A} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \underline{V_s} \quad (3)$$

Avec ces 3 relations, on obtient alors le schéma bloc (ou schéma fonctionnel) suivant :



En combinant les relations, il est possible d'obtenir la fonction de transfert $H = \frac{V_S}{V_E}$ de l'ensemble du montage {ALI + rétroaction} :

$$\begin{cases} V_S = \frac{\mu_0}{1+j\omega\tau} \varepsilon \\ V^+ = V_E \\ V^- = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_S \end{cases} \quad \varepsilon = V^+ - V^-$$

donc $V_S = \frac{\mu_0}{1+j\omega\tau} \left(V_E - \frac{R_1}{R_1+R_2} V_S \right)$

soit $(1 + \mu_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} + j\omega\tau) V_S = \mu_0 V_E$

En factorisant V_S d'un côté et V_E de l'autre :

$$V_S \left(1 + \mu_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} + j\omega\tau \right) = \mu_0 V_E$$

donc $H = \frac{\mu_0}{\left(1 + \mu_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} \right) + j\omega\tau}$

terme constant terme en $j\omega$

N.B. : nous avons choisi l'écriture sous forme polynômiale de $j\omega$ au numérateur et au dénominateur (pour vérifier la stabilité entre autres)

Le terme constant au dénominateur se simplifie car $\mu_0 \sim 10^5$
 donc $\mu_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} \gg 1$:

$$\text{donc } \underline{H} = \frac{\mu_0}{\underbrace{\mu_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}}_{(+)} + j\omega \underbrace{\tau}_{(+)}}$$

Stabilité ?

Signes positifs au dénominateur, donc stable

→ Une rétroaction négative stabilise

Exemples de systèmes stables dans la vie courants : conducteur, marcheur

Type de filtre ? Comportement ?

Le fonction de transfert obtenue est celle d'un passe bas du 1er ordre.

Ecrivons la sous forme normalisée $H = \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$ afin d'en déduire plus facilement ses caractéristiques :

$$\underline{H} = \frac{\frac{R_1+R_2}{R_1}}{1 + j\omega \frac{\tau}{\mu_0} \frac{R_1+R_2}{R_1}}$$

Gain de la bande passante (BP) ←

← $\frac{1}{\omega_c}$ avec ω_c pulsation de coupure

→ Le gain dans la bande passante est devenu "raisonnable" : $H_0 = \frac{R_1+R_2}{R_1}$

→ La bande passante est beaucoup plus large :

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} \mu_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} = \omega_0 \mu_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

- A.N. : prenons par exemple $R_1 = R_2 = 192 \Omega$; $\mu_0 = 2 \cdot 10^5$ et $\tau = 10^{-2} s$
 $G_{BP} = H_0 = 2$ $\omega_c = 10^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{2} = 10^7 \text{ rad/s}$

Remarque : l'amplification est maintenant indépendante de μ_0 !

Elle ne dépend que des éléments R_i placés dans la boucle de rétroaction

L'ajout d'une rétroaction négative présente donc de nombreux avantages :

- Le facteur d'amplification est "raisonnable" ce qui permet à l'ALI de ne pas saturer
- La valeur du facteur d'amplification ne dépend pas de μ_0 (imposé par le constructeur), mais des résistances placées dans la rétroaction (donc choisi par l'expérimentateur)
- La largeur de la bande passante passe de 10^2 à 10^7 rad/s !

Résumons ces résultats dans un tableau, et comparons le produit Gain x Bande passante

	Gain à BF	Largeur de la bande passante	Produit gain x bande passante
ALI seul	$\mu_0 \ (\sim 10^5)$	$\omega_0 = \frac{1}{\tau} \sim 10^2 \text{ rad/s}$	$\mu_0 \cdot \frac{1}{\tau}$
ALI avec rétroaction	$\frac{R_1 + R_2}{R_1}$	$\omega_c = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{\mu_0}{\tau} \sim 10^7 \text{ rad/s}$	$\mu_0 \cdot \frac{1}{\tau}$

Lors de l'ajout d'une rétroaction : le produit (gain x bande passante) est conservé

Grâce à la rétroaction : $\left\{ \begin{array}{l} \text{on abaisse le gain trop grand qui fait saturer l'ALI seul} \\ \text{on augmente la bande passante (trop petite si ALI seul)} \end{array} \right.$

tout en gardant le produit gain x bande passante constant.

Il faudra donc trouver un compromis entre gain et bande passante, selon le montage voulu

Par ailleurs, nous avons constaté qu'avec une rétroaction négative, le montage est stable

Remarque : est-ce que la rétroaction modifie le temps caractéristique de réponse de l'ALI ?

Pour cela, étudions la réponse à un échelon de tension en entrée :

• Rappel ALI seul : $\tau \simeq 10^{-2} \text{ s}$ (lent !)

• ALI avec rétroaction : $H(p) = \frac{\frac{R_1+R_2}{R_1}}{1 + j\omega \frac{\tau}{\mu_0} \frac{R_1+R_2}{R_1}} = \frac{V_s}{V_E}$

$$\text{soit } V_s(t) + \underbrace{\frac{\tau}{\mu_0} \left(\frac{R_1+R_2}{R_1} \right)}_{\tau'} \frac{dV_s}{dt} = \frac{R_1+R_2}{R_1} E_0 \quad (V_E = E_0 \text{ d'un échelon})$$

$$\tau' = \tau \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{R_1+R_2}{R_1} \right) \simeq \tau \times \frac{1}{10^5} \simeq 10^{-7} \text{ s}$$

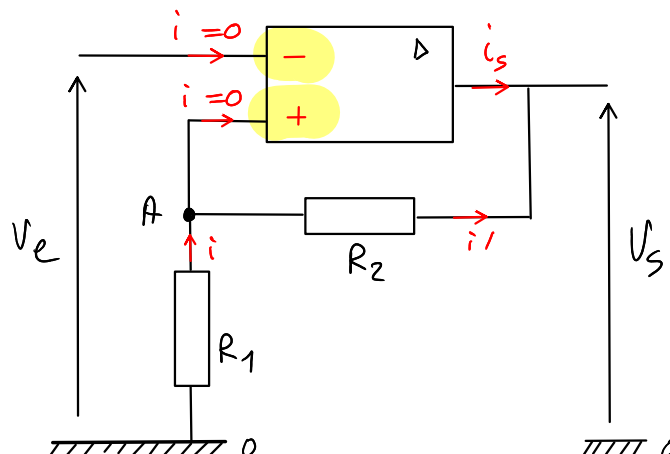
Le temps de réaction avec ALI a été divisé d'un facteur 10^5 !

La réponse d'un montage ALI avec rétroaction est beaucoup plus rapide

4) Le comparateur à hystérésis

On reprend le montage précédent en inversant simplement les bornes V^+ et V^-

Que se passe-t-il ?



Recherchons la transmittance du circuit global :

$$\begin{cases} \underline{V}_S = \frac{\mu_o}{1+j\omega\tau} (V^+ - V^-) \\ \underline{V}^- = \underline{V}_E \\ \underline{V}^+ = \frac{R_1}{R_1+R_2} \underline{V}_S \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{part diviseur de tension applicable en A} \\ \text{car } i^- = 0 \end{array}$$

$$\underline{H} \quad \underline{V}_S = \frac{\mu_o}{1+j\omega\tau} \left(\frac{R_1}{R_1+R_2} \underline{V}_S - \underline{V}_E \right)$$

$$\text{soit } \underline{V}_S (1+j\omega\tau) = \mu_o \left(\frac{R_1}{R_1+R_2} \underline{V}_S - \underline{V}_E \right)$$

$$\underline{V}_S \left(1 - \mu_o \frac{R_1}{R_1+R_2} + j\omega\tau \right) = -\mu_o \underline{V}_E$$

$$\underline{H} = \frac{\underline{V}_S}{\underline{V}_E} = \frac{-\mu_o}{\left(\cancel{1} - \mu_o \frac{R_1}{R_1+R_2} \right) + j\omega\tau}$$

$1 \ll \mu_o \frac{R_1}{R_1+R_2}$

$$\underline{H} = \frac{-\mu_o}{\underbrace{-\mu_o \frac{R_1}{R_1+R_2}}_{(-)} + j\omega \underbrace{\tau}_{(+)}}$$

Le système est instable, donc V_s diverge. V_s se sature à $+V_{sat}$ ou $-V_{sat}$

Une rétroaction positive déstabilise le montage

Le fonctionnement n'est plus linéaire, mais saturé

Nous admettrons par la suite que ce résultat se généralise :

→ Une rétroaction sur la borne (-) stabilise le système, qui sera donc a priori en fonctionnement linéaire

→ Une rétroaction sur la borne (+) déstabilise le système, et l'ALI sera saturé

II) Le cas limite de l'ALI idéal de gain infini en régime linéaire

1) Le modèle

Dans le modèle de l'ALI idéal (ou parfait), on considère en plus que le gain statique μ_s est infini :

Modèle de l'ALI idéal :

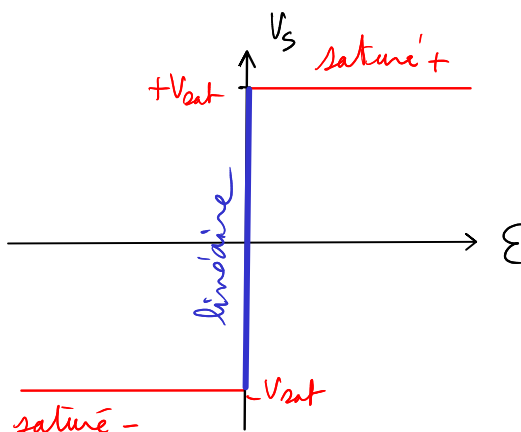
- Gain μ_s infini : $\mu_s \rightarrow \infty$
 - Résistance d'entrée infinie : $R_e = \infty$
 - Résistance de sortie infinie : $R_s = 0$
- $\Rightarrow i^+ = i^- = 0$

La fonction de transfert du modèle linéaire est remplacée par une condition plus forte : le gain est infini.

Pour que V_s ne soit pas saturé, il faut donc que $\varepsilon = 0$

En effet, dans la bande passante : $V_s = \mu_s \varepsilon$
 $\downarrow$
 ∞ $V_s \text{ fini} \Rightarrow \varepsilon = 0$

La caractéristique statique devient alors :



Il y a deux modes de fonctionnement :

→ Linéaire

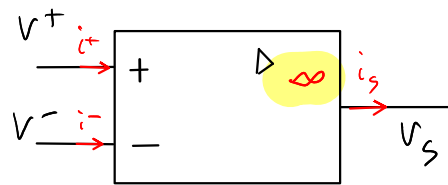
Dans ce cas $\varepsilon = 0$ donc $V^+ = V^-$

ou

→ Saturé (+ ou -)

Dans ce cas $\varepsilon \neq 0$

→ si $\varepsilon > 0 \Rightarrow V_s = +V_{sat}$
→ si $\varepsilon < 0 \Rightarrow V_s = -V_{sat}$



Représentation européenne

Le symbole ∞ signifie que le gain est infini.

Dans le cadre de ce modèle, comme on considère toujours que la résistance d'entrée est infinie, les courants d'entrée i^+ et i^- sont toujours nuls.



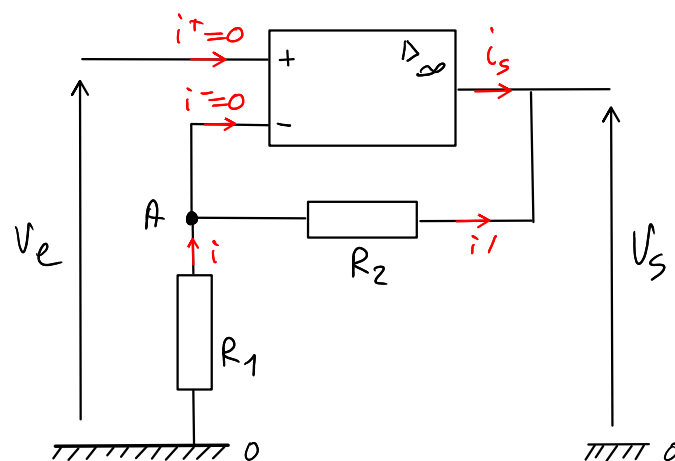
Si l'ALI est idéal, on ne peut pas en déduire automatiquement que $V^+ = V^-$

Il convient au préalable de vérifier que le montage est stable et ne sature pas en sortie.

2) Retour sur l'amplificateur non inverseur

Reprenons à nouveau le même montage que précédemment (amplificateur non inverseur) et recommençons l'étude en se basant sur le modèle de l'ALI idéal.

Nous pourrions ainsi comparer les résultats des 2 modèles : linéaire du 1er ordre, et idéal



Amplificateur non-inverseur

Il y a une rétroaction sur la borne (-), et aucune sur la borne (+) :

le mode de fonctionnement de l'ALI est donc a priori linéaire

$$\left. \begin{array}{l} \text{ALI idéal} \\ \text{ET} \\ \text{Rétroaction borne (-)} \end{array} \right\} \Rightarrow V^+ = V^-$$

Remarque : pour la suite, ne plus utiliser ~~$V_s = \mu \varepsilon$~~ mais le remplacer par $V^+ = V^-$
Modèle précédent !

Par ailleurs, on a toujours :

$$\begin{cases} \bullet V^+ = V_E \\ \bullet V^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s \end{cases} \quad \text{car } i^- = 0 \text{ (impédance d'entrée infinie)}$$

Or $V^+ = V^-$

donc $V_E = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s$ donc $H = \frac{V_s}{V_E} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$

On obtient le même résultat (dans la bande passante) que le modèle précédent mais avec beaucoup moins de calculs !

Le modèle de l'ALI idéal donne un résultat tout aussi juste avec moins de calculs

MAIS :

- Ne permet pas de démontrer la stabilité
- Ne permet pas de calculer la largeur de bande passante (et donc la valeur de la fréquence à ne pas dépasser et TP pour que le résultat reste juste)

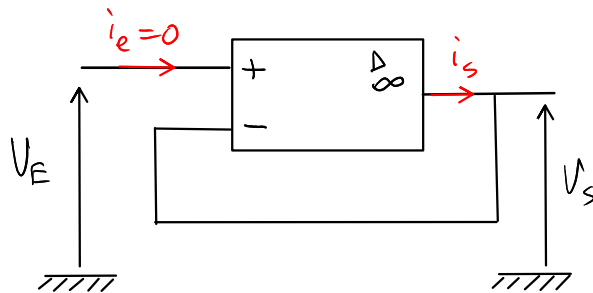
Pour la suite du programme, on prendra systématiquement le modèle de l'ALI idéal (sauf avis contraire dans un énoncé... évidemment)

On se contentera de considérer qu'une rétroaction (-) rend a priori linéaire le système et qu'une rétroaction sur la borne (+) sature l'ALI.

En TP, on prendra soin de ne pas monter au delà de quelques MHz pour rester dans la bande passante de l'ALI

S'il y a ambiguïté (2 rétroactions (+) ET (-)), alors on fera appel au modèle linéaire du 1er ordre (sauf si l'énoncé d'un problème demande d'admettre la stabilité :))

3) Le montage suiveur



- ALI idéal
 - Rétroaction borne (-),
donc fonctionnement a priori linéaire
- } donc $V^+ = V^-$

Or $V^+ = V_E$ et $V_S = V^-$

$$V^+ = V^- \Rightarrow \boxed{V_S = V_E} \quad \boxed{H = 1}$$

Donc le suiveur sert à transmettre la tension.

L'intérêt d'un suiveur est de transmettre la tension sans appeler de courant de la part de l'entrée V_E ($i_e = 0$) : c'est l'ALI qui fournit le courant en sortie à un éventuel élément R_u placé en sortie.

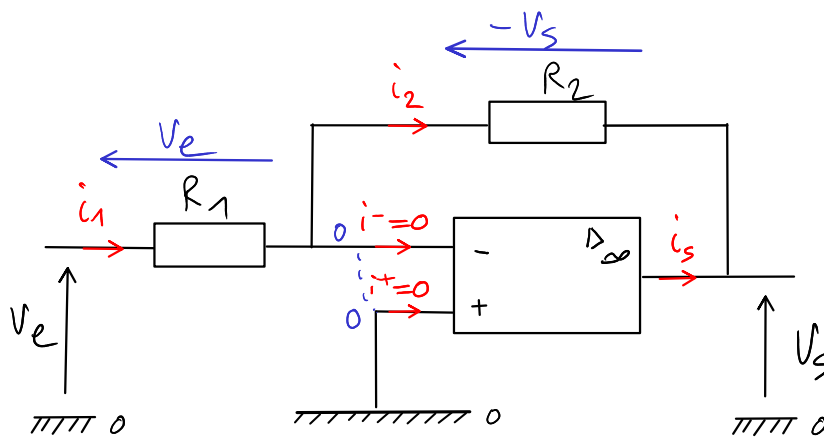
L'impédance d'entrée d'un montage suiveur est infinie (car $i_e = 0 \forall V_E$)

L'impédance de sortie d'un montage suiveur est nulle (car V_S est indépendante de i_S)

Notion d'impédance d'entrée et de sortie détaillées en classe

Intérêt du suiveur détaillé en classe

4) L'amplificateur inverseur



Amplificateur inverseur

ET

- ALI idéal
- Rétroaction borne (-)
donc fonctionnement a priori linéaire

donc $V^+ = V^-$

De plus $V^+ = 0$ donc $V^- = 0$

Par ailleurs $i^- = 0$ donc $i_1 = i_2$

soit
$$\frac{V_e - 0}{R_1} = \frac{0 - V_s}{R_2}$$

$$\Rightarrow H = \frac{V_s}{V_e} = - \frac{R_2}{R_1}$$

C'est un amplificateur inversion (signe -)

Impédance d'entrée du montage ?

En plaçant une tension V_e en entrée, il va entrer un courant i_e .

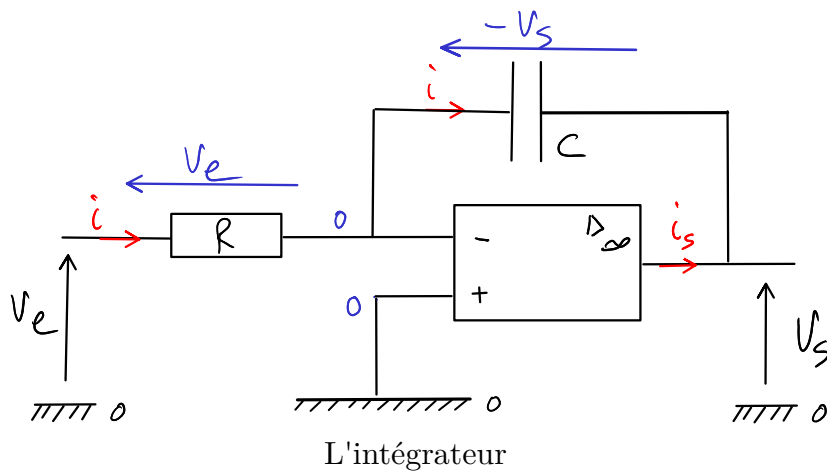
Par définition, $Z_e = \frac{V_e}{i_e}$. Or $i_e = i_1 = \frac{V_e - 0}{R_1}$

donc $Z_e = R_1$!

Dans ce montage, l'impédance d'entrée n'est pas infinie.

On perd ici une des qualités de l'ALI

5) L'intégrateur



ET

- ALI idéal
- Rétroaction borne $(-)$
donc fonctionnement a priori linéaire

donc $V^+ = V^-$

De plus $V^+ = 0$ donc $V^- = 0$

Par ailleurs, les courants circulant dans R et dans C sont les mêmes car le courant d'entrée i^- dans l'ALI est nul.

Donc : $\frac{V_e - 0}{R} = \frac{0 - V_s}{Z_C}$ soit $\frac{V_e}{R} = -j\omega V_s$

et donc $\frac{V_s}{-} = -\frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{j\omega} V_e$ C'est un intégrateur vrai (mais aussi inverseur)

$$V_s(f) = -\frac{1}{RC} \int V_e(t) dt$$

Remarques : ce montage est appelé **intégrateur vrai** car il intègre quelque soit la fréquence, contrairement à un simple circuit RC, qui n'intègre qu'au dessus de sa fréquence de coupure.

Il multiplie également par un facteur $(-1/RC)$, ce qui en fait un **intégrateur inverseur**.

→ La résistance d'entrée est : $R_e = R$ (non infinie)

→ La résistance de sortie est nulle : $R_s = 0$

6) Mise en cascade de montage

Cette partie sera rédigée ultérieurement.

III) Le cas limite de l'ALI idéal en régime saturé

Rappels :

Sans rétroaction : un ALI est automatiquement saturé, à cause de l'amplification trop grande

Avec rétroaction sur la borne non inverseuse (+) : cette rétroaction rend le système instable, ce qui fait saturer l'ALI en tension

Donc dans tous ces cas : $V_S = + V_{sat}$
ou $V_S = - V_{sat}$

or $\mu_0 > 0$, donc

$$\text{si } V^+ > V^- \Rightarrow V_S = + V_{sat}$$

$$\text{si } V^+ < V^- \Rightarrow V_S = - V_{sat}$$

Ce cas sera étudié plus en détail dans un chapitre ultérieur