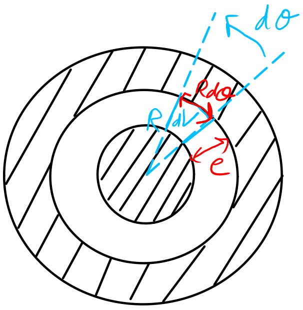
- Champ statorique : $\vec{B}_{stator}(M) = \overbrace{\frac{\mu_0 i_0}{2e}}^{B_{0S}} \cos(\underbrace{\Omega t}_{\text{élec}} - \theta)\, \vec{u}_r$ tournant
- Champ rotorique : $\vec{B}_{rotor}(M) = \underbrace{\frac{\mu_0 I}{2e}}_{B_{0R}} \cos(\theta - \underbrace{\omega t}_{\text{méca}} - \theta_0)\, \vec{u}_r$

(θ repère M)

4) Énergie emmagasinée dans l'entrefer

Entrefer de hauteur L, espacement e, situé à une distance R du centre :



$$dV = e \times R\,d\theta \times L$$

Soit Em l'énergie magnétique dans l'entrefer :

$$E_m = \iiint_{V_{entrefer}} \frac{B^2}{2\mu_0}\, dV$$

donc $$E_m = \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{(\vec{B}_{stat} + \vec{B}_{rot})^2}{2\mu_0}\, e R\, d\theta\, L$$

et $$(\vec{B}_{stat} + \vec{B}_{rot})^2 = \underbrace{B_{0S}^2 \cos^2(\Omega t - \theta)}_{1} + \underbrace{B_{0R}^2 \cos^2(\theta - \omega t - \theta_0)}_{2} + \underbrace{2 B_{0S} B_{0R} \cos(\Omega t - \theta) \cos(\theta - \omega t - \theta_0)}_{3}$$

1 • $$\int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{B_{0S}^2}{2\mu_0} \cos^2(\Omega t - \theta)\, e.L.R.d\theta = \frac{B_{0S}^2}{2\mu_0} e.L.R \underbrace{\int_{\theta=0}^{2\pi} \cos^2(\Omega t - \theta)\, d\theta}_{\pi}$$

$$= \frac{B_{0S}^2}{2\mu_0} e.L.R.\pi$$

2 • $$\int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{B_{0R}^2}{2\mu_0} \cos^2(\theta - \omega t - \theta_0)\, eLR\, d\theta = \frac{B_{0R}^2}{2\mu_0} e.L.R.\pi$$

3 $$\int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{B_{0R} B_{0S}}{\mu_0} \cos(\Omega t - \theta).\cos(\theta - \omega t - \theta_0).e.L.R.d\theta$$

$$= \frac{1}{2} \frac{B_{0R} B_{0S}}{\mu_0} eLR \int_{\theta=0}^{2\pi} \cos(\Omega t - \omega t - \theta_0)\, d\theta$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{B_{0R} B_{0S}}{\mu_0} eLR \underbrace{\int_{\theta=0}^{2\pi} \cos(\Omega t - 2\theta + \omega t + \theta_0)\, d\theta}_{0}$$

$$= \frac{B_{0R} B_{0S}}{2\mu_0} eLR \cos(\Omega t - \omega t - \theta_0)\, 2\pi$$

donc $$E_m = \underbrace{\frac{B_{0S}^2}{2\mu_0} e L R \pi}_{E_{m\,stator}} + \underbrace{\frac{B_{0R}^2}{2\mu_0} e L R \pi}_{E_{m\,Rotor}} + \underbrace{\frac{B_{0R} B_{0S}}{\mu_0} \pi e L R \cos(\Omega t - \omega t - \theta_0)}_{E_m \text{ couplage Stator} \leftrightarrow \text{Rotor}}$$

Seul le terme de couplage dépend de la position du rotor $\theta'_R = \omega t + \theta_0$

$$E_{m\,couplage} = \frac{B_{0R} B_{0S}}{\mu_0} \pi e L R \cos(\Omega t - \theta'_R)$$

5) Couple mécanique

- Pour un mouvement de translation, on a admis : $\boxed{F_m = \left(\frac{\partial E_m}{\partial x}\right)_i}$ x repère la position du contacteur

- Pour un mouvement de rotation, on admet : $\boxed{C_m = \left(\frac{\partial E_m}{\partial \theta'_R}\right)_i}$ θ'_R repère la position du contacteur

Ici, on a : $$C_m = \frac{\partial}{\partial \theta'_R}\left(E_{m\,rotor} + E_{m\,stator} + \frac{\pi B_{0R} B_{0S}}{\mu_0} e L R \cos(\Omega t - \theta'_R)\right)_i$$

$$C_m = \frac{\pi B_{0S} B_{0R}}{\mu_0} e L R \sin(\Omega t - \theta'_R)$$

$$C_m = \frac{\pi B_{0S} B_{0R}}{\mu_0} e L R \sin((\Omega - \omega) t - \theta_0)$$