Chapitre 4 Circuits linéaires en régime sinusoïdal forcé

4.1. Le régime sinusoïdal forcé

4.1.1. Le signal sinusoïdal

Paragraphe traité en classe : définition de l'amplitude, de la phase, de la fréquence, pulsation, période....

4.1.2. Position du problème

L'objectif est d'étudier le comportement d'un circuit linéaire alimenté par un générateur de tension sinusoïdale. On souhaite calculer la tension $u(t)$ aux bornes d'un composant, ou le courant $i(t)$ circulant dans un composant.

L'écriture des lois de Kirschhoff pour un circuit ne comportant que résistances, bobines et condensateurs permet d'aboutir à une (ou des) équation(s) différentielle(s) linéaire(s) à coefficients constants de la forme :

$$a_n \frac{d^n g(t)}{dt^n} + a_n \frac{d^{n-1} g(t)}{dt^{n-1}} + ... + a_1 \frac{dg(t)}{dt} + a_0 g(t) = e(t),$$

où $g(t)$ peut être une tension $u(t)$ ou un courant $i(t)$.

La solution est de la forme :

$$g(t) = sol(ESSM) + sol.particulière.$$

Nous avons vu dans le chapitre précédent que si le circuit contient **au moins une résistance**, la solution de l'équation sans second membre tend toujours vers 0 quand le temps t devient suffisamment important (terme en exponentielle décroissante). On peut donc séparer l'évolution du signal en deux périodes.

-Dans le court instant qui suit l'allumage du GBF, se produit un régime transitoire. Vouloir le décrire complètement nécessite d'écrire la solution complète $g(t)$ (sol de l'ESSM+sol particulière). Cette solution dépend des conditions initiales : la solution de l'équation sans second membre comporte une ou des constantes qui sont déterminées à l'aide de ces conditions initiales.

-Au bout d'un certain temps (généralement très court, très inférieur à la seconde), un régime établi est observé. Mathématiquement, ce régime établi correspond à la solution particulière seule : la solution de l'équation sans second membre est devenue nulle. Le régime établi, que l'on appelle également régime sinusoïdal forcé dans le cas d'une source sinusoïdale, ne dépend donc pas du tout des conditions initiales.

En conclusion : un régime permanent (ou établi, ou sinusoïdal forcé) est atteint rapidement après avoir allumé le générateur de signal sinusoïdal. L'objectif de ce chapitre est de calculer la tension (ou le courant) aux bornes (ou dans) des composants linéaires (R, L ou C) en régime établi, quand le circuit est alimenté par une source de tension sinusoïdale.

4.1.3. Exemple du circuit R,L

Considérons un dipôle constitué d'une résistance notée R et d'une bobine notée L, alimenté par un générateur de tension sinusoïdale : $e(t) = E_m \cos \omega t$.

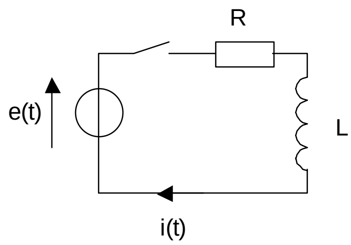


Fig.4.1. Circuit RL

La loi des mailles s'écrit :

$$E_m \cos \omega t = L\frac{di}{dt} + Ri. \tag{1}$$

Une solution particulière de la forme

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi) \tag{2}$$

est recherchée. Pour vérifier que cette fonction est bien solution particulière, il suffit de la reporter dans l'équation (1) et de le vérifier :

$$\begin{aligned} E_m \cos \omega t &= -LI_m\omega \sin(\omega t + \varphi) + RI_m \cos(\omega t + \varphi) \\ &= -LI_m\omega \sin \varphi \cos \omega t - LI_m\omega \cos \varphi \sin \omega t \\ &\quad +RI_m \cos \varphi \cos \omega t - RI_m \sin \varphi \sin \omega t \\ &= (-LI_m\omega \sin \varphi + RI_m \cos \varphi) \cos \omega t \\ &\quad + (-LI_m\omega \cos \varphi - RI_m \sin \varphi) \sin \omega t. \end{aligned}$$

Cette égalité doit se vérifier *quel que soit* t ; les termes en $\cos \omega t$ d'une part doivent être égalisés, ainsi que les termes en $\sin \omega t$ d'autre part :

$$E_m = -LI_m\omega \sin \varphi + RI_m \cos \varphi \tag{3}$$

$$0 = -LI_m\omega \cos \varphi - RI_m \sin \varphi. \tag{4}$$

La relation (4) impose que la fonction (2) n'est solution de l'équation différentielle (1) du circuit que si la phase φ vérifie :

$$\tan \varphi = \frac{-L\omega}{R}. \tag{5}$$

La relation (3) devient alors :

$$I_m = \frac{E_m}{-L\omega \sin\varphi + R\cos\varphi}. \tag{6}$$

Sachant que $\cos^2\varphi = 1/(1+\tan^2\varphi)$, puis $\sin^2\varphi = 1-\cos^2\varphi$, il vient :

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{R}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}} \\ \sin\varphi &= \frac{-L\omega}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}. \end{aligned}$$

Les signes de $\cos\varphi$ et de $\sin\varphi$ sont déterminés de la manière suivante : $\tan\varphi$ est négatif ; donc le $\cos\varphi$ et le $\sin\varphi$ sont de signes différents ; enfin sachant que I_m est positif (vues les conventions de signes choisies sur la figure 4.1), $\cos\varphi$ est nécessairement positif et $\sin\varphi$ négatif.

Tout ceci permet de conclure que la relation (6) impose que la fonction (2) n'est solution de l'équation différentielle (1) du circuit que si l'amplitude I_m vérifie :

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}. \tag{7}$$

La solution particulière est finalement, compte tenu des relations (5) et (7) :

$$i(t) = \frac{E_m}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}\cos(\omega t+\varphi). \tag{8}$$

avec $\tan\varphi = -L\omega/R$.

En conclusion, cet exemple à priori très simple (2 composants seulement : R et L ! !) montre que les calculs ne sont pas très simples. Il faut dans un premier temps déterminer une équation différentielle, rechercher ensuite une solution particulière en l'injectant dans l'équation différentielle, et enfin utiliser des relations trigonométriques pour obtenir l'amplitude et la phase du signal recherché. Il est aisé de comprendre que ces calculs (et en particulier la partie trigonométrie) deviennent inextricables pour des circuits plus compliqués ! L'objectif du paragraphe qui suit est alors de proposer une méthode qui évite la détermination d'équations différentielles, et limite au maximum les calculs, en particulier l'utilisation de la trigonométrie. Les calculs en seront, comme nous allons le voir, considérablement simplifiés. C'est une méthode qui utilise des notations complexes.

4.2. La notation complexe et l'impédance complexe

4.2.1. La notation complexe

Soit une fonction sinusoïdale quelconque :

$$e(t) = E_m\cos(\omega t+\varphi) ; \tag{9}$$

E_m est l'amplitude et φ la phase.

La représentation complexe de $e(t)$ est :

$$\begin{aligned}\underline{e} &= E_m \exp j\,(\omega t + \varphi) \\ &= E_m \exp(j\varphi)\exp(j\omega t) \\ &= \underline{E_m}\exp(j\omega t)\,.\end{aligned}$$

$\underline{E_m} = E_m \exp(j\varphi)$ est l'amplitude complexe de $\underline{e}$.

Remarque 4.1 *Le passage du signal complexe $\underline{e}$ au signal réel $e(t)$ s'effectue tout simplement en remarquant que :*

$$e(t) = \mathrm{Re}(\underline{e}).$$

On peut remarquer également que l'amplitude complexe $\underline{E_m}$contient toutes les informations utiles sur le signal sinusoïdal : l'amplitude du signal (9) est le module de $\underline{E_m}$, et la phase φ est l'argument de $\underline{E_m}$:

$$\begin{aligned}E_m &= \left|\underline{E_m}\right|; \\ \varphi &= \arg(\underline{E_m}).\end{aligned}$$

Concrètement, la recherche de la solution particulière s'effectue comme suit. Toutes les équations et les signaux sont transformés en écriture complexe. Les calculs sont effectués sur les complexes ainsi introduits, jusqu'à l'obtention de la solution. Pour connaître la solution réelle (la seule qui ait une signification physique), il suffit de prendre la partie réelle de la solution complexe obtenue. Un exemple est donné sur le circuit RL dans la partie qui suit.

Remarque 4.2 *Rappel : représentation de Fresnel (A REDIGER)*

Remarque 4.3 *En quoi l'introduction de la notation complexe simplifie les résolutions ?*

Le premier élément de réponse vient du fait que l'on a besoin de manipuler de nombreuses dérivées à cause des relations entre $u(t)$ et $i(t)$ relatives aux condensateurs et aux bobines.

On recherche une solution particulière de la forme $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$, qui s'écrit en notation complexes : $I_m \exp(j\varphi)\exp(j\omega t) = \underline{I_m}\exp(j\omega t)$. Les calculs sont effectués sur les grandeurs complexes, en remarquant que :

$$\begin{aligned}\frac{d\underline{i}}{dt} &= \frac{d}{dt}\left(I_m \exp(j\varphi)\exp(j\omega t)\right) = j\omega I_m \exp(j\varphi)\exp(j\omega t) \\ &= j\omega * \underline{i}.\end{aligned}$$

Dériver par rapport au temps revient donc tout simplement par multiplier par $(j\omega)$. Une équation différentielle avec des dérivées temporelles se transforme simplement en une équation sans dérivées (uniquement des multiplications par $(j\omega)$).

Ensuite, toutes les grandeurs contiennent le terme $\exp(j\omega)$ en facteur : on pourra le simplifier aisément dans les équations pour ne plus avoir à manipuler de temps.

4.2.2. Retour sur l'exemple du circuit (R,L)

Considérons à nouveau le circuit de la figure 4.1 de la section 4.1.3 constitué d'une résistance notée R, d'un condensateur noté C et d'un générateur de tension sinusoïdale : $e(t) = E_m \cos\omega t$.

L'équation des mailles s'écrit :

$$E_m \cos \omega t = L\frac{di}{dt} + Ri. \tag{10}$$

Cette équation est réécrite sous forme complexe :

$$E_m \exp j\omega t = L\frac{d\underline{i}}{dt} + R\underline{i}. \tag{11}$$

L'équation (10) est la partie de réelle de l'équation (11), car E_m, R, L sont réels, et $Re(\exp j\omega t) = cos(\omega t)$ et $Re(\underline{i}) = i$.

Une solution particulière de la forme

$$\underline{i} = I_m \exp(j\omega t + j\varphi) = I_m \exp(j\varphi)\exp(j\omega t) = \underline{I_m}\exp(j\omega t) \tag{12}$$

est recherchée.

Pour vérifier que cette fonction est bien solution particulière, il suffit de la reporter dans l'équation (11) et de le vérifier :

$$\begin{aligned} E_m \exp(j\omega t) &= L\frac{d\underline{i}}{dt} + R\underline{i} \\ & \quad L(j\omega)I_m \exp(j\varphi)\exp(j\omega t) + RI_m \exp(j\varphi)\exp(j\omega t) \end{aligned}$$

soit, après simplification par $\exp(j\omega t)$:

$$E_m = L(j\omega)\underline{I_m} + R\underline{I_m}\exp(j\varphi)$$

donc

$$\underline{I_m} = \frac{E_m}{R + jL\omega}.$$

Comme nous l'avons écrit précédemment, l'amplitude du signal recherché est le module de $\underline{I_m}$ et la phase φ est l'argument de $\underline{I_m}$.

La solution est finalement

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$$

avec

$$I_m = \left|\frac{E_m}{R + jL\omega}\right| = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

et

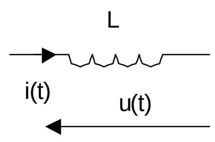
$$\begin{aligned} \varphi &= \arg\left(\frac{E_m}{R + jL\omega}\right) = \arg(E_m) - \arg(R + jL\omega) = 0 - \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right) \\ \varphi &= \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right). \end{aligned}$$

Cette solution est bien sûr identique à la solution (8) obtenue précédemment. On peut remarquer que cette méthode réduit sensiblement la longueur ainsi que la difficulté des calculs.

4.2.3. L'impédance complexe

Nous allons voir que pour la bobine, le condensateur et la résistance, il est possible d'écrire une relation de simple proportionnalité entre la tension complexe et le courant complexe : $\underline{u} = \underline{Z}\underline{i}$. C'est la loi d'ohm complexe. $\underline{Z} = (\underline{u}/\underline{i})$ est appelée impédance complexe.

4.2.3.1. Impédance d'une bobine



Pour une bobine, la relation entre $u(t)$ et $i(t)$ s'écrit : :

$$u = L\frac{di}{dt}. \tag{13}$$

En notation complexe $\underline{u} = \underline{U_m}\exp(j\omega t)$ et $\underline{i} = \underline{I_m}\exp(j\omega t)$. La relation (13) devient :

$$\begin{aligned} \underline{u} &= L\frac{d\underline{i}}{dt} = L(j\omega)\underline{i} && (14)\\ \underline{u} &= (jL\omega)\underline{i} = \underline{Z}\underline{i}, && (15) \end{aligned}$$

qui est appelée loi d'ohm complexe pour la bobine.

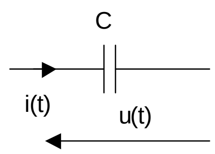
L'impédance de la bobine est

$$\underline{Z} = jL\omega.$$

Remarque 4.4 *En simplifiant la loi (15) par* $\exp(j\omega t)$*, il est possible d'écrire la loi d'ohm entre les amplitudes complexes :*

$$\underline{U_m} = (jL\omega)\underline{I_m}.$$

4.2.3.2. Impédance d'un condensateur



Pour un condensateur, la relation entre $u(t)$ et $i(t)$ s'écrit :

$$i = C\frac{du}{dt}. \tag{16}$$

En notation complexe $\underline{u} = \underline{u_m}\exp(j\omega t)$ et $\underline{i} = \underline{i_m}\exp(j\omega t)$. La relation (13) devient :

$$\begin{aligned} \underline{i} &= C\frac{d\underline{u}}{dt} = C(j\omega)\underline{u} && (17)\\ \underline{u} &= \frac{1}{jC\omega}\underline{i} = \underline{Z}\underline{i}. && (18) \end{aligned}$$

C'est la loi d'ohm complexe pour un condensateur.

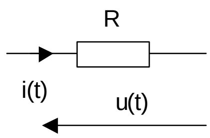
L'impédance du condensateur est

$$\underline{Z} = \frac{1}{jC\omega}.$$

Remarque 4.5 *La loi (18) s'écrit également en termes d'amplitudes complexes (en simplifiant par* $\exp(j\omega t)$*) :*

$$\underline{U_m} = \frac{1}{jC\omega}\underline{I_m}.$$

4.2.3.3. Impédance d'une résistance



Pour une résistance, la relation entre $u(t)$ et $i(t)$ s'écrit simplement :

$$u = Ri.$$

En notation complexe $\underline{u} = \underline{u_m}\exp(j\omega t)$ et $\underline{i} = \underline{i_m}\exp(j\omega t)$, cette relation reste inchangée :

$$\underline{u} = R\underline{i},$$

ou également

$$\underline{U_m} = R\underline{I_m}.$$

L'impédance de la résistance est

$$\underline{Z} = R.$$

4.2.3.4. En conclusion

Pour un dipôle linéaire, il est toujours possible d'écrire (en notation complexes) :

$$\underline{u} = \underline{Zi},$$

ou également, après simplification par :

$$\underline{U_m} = \underline{Z}\underline{I_m},$$

qui est **la loi d'ohm complexe**.
- Pour une bobine : $\underline{Z} = jL\omega$;
- Pour une condensateur : $\underline{Z} = 1/(jC\omega)$;
- Pour une résistance : $\underline{Z} = R$.

Remarque 4.6 $\underline{U} = \underline{ZI}$*s'écrit en norme :* $|\underline{U}| = |\underline{Z}|\,|\underline{I}|$*. Or le module de* $\underline{U}$ *est l'amplitude de la tension* $u(t)$*, et le module de* $\underline{I}$ *est l'amplitude du courant* $i(t)$*. La relation précédente s'interprète de la manière suivante : le module de l'impédance d'un composant est le rapport* *entre l'amplitude de la tension aux bornes du composant et l'amplitude du courant circulant dans ce composant.*

Remarque 4.7 $\underline{U} = \underline{Z}\underline{I}$ *s'écrit en phase :* $\arg(\underline{U}) = \arg(\underline{Z}) + \arg(\underline{I})$. *Or l'argument de* $\underline{U}$ *est la phase de la tension* $u(t)$*, et l'argument de* $\underline{I}$ *est la phase du courant* $i(t)$*. La relation précédente s'interprète de la manière suivante : l'argument de l'impédance d'un composant est le déphasage entre la tension aux bornes du composant et le courant circulant dans ce composant.*

Exemple 2 *Considérons les exemples suivants :*

-la bobine : $\underline{Z} = jL\omega$; $\arg(\underline{Z}) = \pi/2$; La tension $u(t)$ est en avance de $\pi/2$ sur le courant $i(t)$ aux bornes d'une bobine ;

-le condensateur : $\underline{Z} = 1/(jC\omega)$; $\arg(\underline{Z}) = -\pi/2$; La tension $u(t)$ est en retard de $\pi/2$ sur le courant $i(t)$ aux bornes d'un condensateur ;

-la résistance : $\underline{Z} = R$; $\arg(\underline{Z}) = 0$; La tension $u(t)$ est en phase avec le courant $i(t)$ aux bornes d'une résistance.

On peut également introduire l'admittance complexe notée $\underline{Y}$: $\underline{Y} = 1/\underline{Z}$.

La loi d'ohm $\underline{U} = \underline{Z}\underline{I}$ s'écrit alors : $\underline{I} = \underline{Y}\underline{U}$.

Définitions :

$\underline{Z}$ *est complexe, et contient donc une partie réelle et une partie imaginaire :*

$$\underline{Z} = R + jX.$$

$\underline{Z}$ *est l'impédance,* R *s'appelle résistance et* X *réactance.*

De même $\underline{Y}$ *s'écrit :*

$$\underline{Y} = G + jX\prime.$$

$\underline{Y}$ *est une admittance,* G *une conductance et* $X\prime$ *une susceptance.*

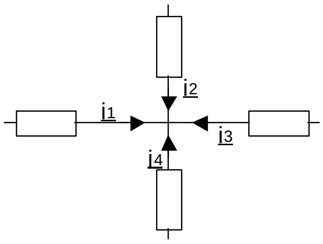
4.3. Les théorèmes généraux des circuits linéaires

Dans ce paragraphe, tous les théorèmes généraux énoncés dans le chapitre 2 concernant des circuits purement résistifs sont repris, et généralisés pour des circuits comportant résistances, bobines et condensateurs. Nous allons vérifier qu'en fait, tous les théorèmes précédemment rencontrés se généralisent très bien en remplaçant les résistances R par des impédances $\underline{Z}$.

4.3.1. Les lois de Kirchhoff en notation complexe

4.3.1.1. La loi des noeuds

Soit un noeud dans lequel arrivent des courants $\underline{I_k}$. Les signes sont choisis positifs si les courants arrivent effectivement dans ce noeud ; à l'inverse leur signe est négatif s'ils en repartent.



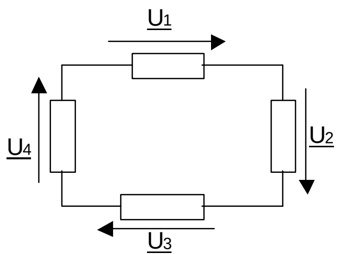
La loi des noeuds s'écrit simplement (dans l'approximation des régimes quasi-stationaires) :

$$\sum_{k=1}^{n} \underline{I_k} = 0. \tag{19}$$

Il suffit, pour retrouver la loi des noeuds donnée dans le chapitre précédent (sur les courants réels) de prendre la partie réelle de la relation (19) : il vient alors $\sum_{k=1}^{n} i(t)_k = 0$.

4.3.1.2. La loi des mailles

Soit une maille composée de plusieurs impédances (non nécessairement en série). Les tensions aux bornes des composants sont notées $\underline{U_k}$. Les signes sont choisis positifs dans le sens des flèches (voir figure) ; la maille est parcourue de telle sorte que toutes les flèches se suivent (dans le même sens), et que, mises bout à bout, elles permettent de revenir au point de départ.



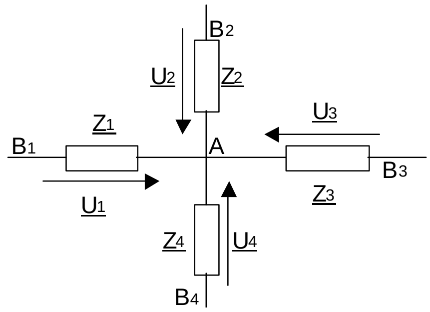
La loi des mailles s'écrit simplement (dans l'approximation des régimes quasi-stationaires) :

$$\sum_{k=1}^{n} \underline{U_k} = 0. \tag{20}$$

Il suffit, pour retrouver la loi des mailles donnée dans le chapitre précédent (sur les tensions réelles) de prendre la partie réelle de la relation (20) : il vient alors $\sum_{k=1}^{n} u(t)_k = 0$.

4.3.2. Le théorème de Millman (loi des noeuds en termes de potentiels)

Considérons à nouveau un noeud dans lequel arrivent des courants $\underline{I_k}$. Chaque courant $\underline{I_k}$ sort d'une impédance $\underline{Z_k}$ (voir figure).



Le théorème de Millman est tout simplement la loi des noeuds exprimée en termes de potentiels :

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n} \underline{I_k} &= 0\\ \sum_{k=1}^{n} \frac{\underline{U_k}}{\underline{Z_k}} &= 0\\ \sum_{k=1}^{n} \frac{\underline{V_{Bk}} - \underline{V_A}}{\underline{Z_k}} &= 0.\end{aligned}$$

Cette dernière relation peut encore s'écrire :

$$\overline{V}_A \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z_k}} \right) = \sum_{k=1}^{n} \frac{\underline{V_{Bk}}}{\underline{Z_k}}.$$

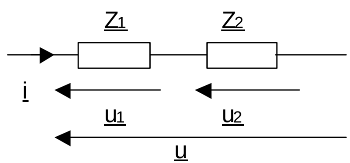
qui est le théorème de Millman.

4.3.3. Association d'impédances complexes, calcul d'impédances équivalentes

Les lois d'association d'impédances en série ou en parallèle sont des conséquences directes des lois de Kirschhoff.

4.3.3.1. Association série

Considérons deux impédances$\underline{Z_1}$ et $\underline{Z_2}$ placées en série.



La loi d'ohm aux bornes de ces impédances s'écrit :

$$\underline{U_1} = \underline{Z_1}\underline{I}$$

$$\underline{U_2} = \underline{Z_2}\underline{I}.$$

Le courant traversant ces impédances est le même. Compte tenu de l'additivité des tensions, il vient :

$$\begin{aligned}\underline{U} &= \underline{U_1} + \underline{U_2} = \underline{Z_1}\underline{I} + \underline{Z_2}\underline{I} \\ \underline{U} &= \left(\underline{Z_1} + \underline{Z_2}\right)\underline{I} = \underline{Z_{eq}}\underline{I}.\end{aligned}$$

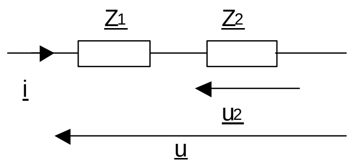
Deux impédances placées en série sont donc équivalentes à une impédance de valeur :

$$\underline{Z_{eq}} = \underline{Z_1} + \underline{Z_2}.$$

Cette relation se généralise à N impédances placées en série :

$$\underline{Z_{eq}} = \underline{Z_1} + \underline{Z_2} + ... + \underline{Z_N}.$$

Le pont diviseur de tension
Considérons deux impédances $\underline{Z_1}$ et $\underline{Z_2}$ placées en série.



La tension aux bornes de l'impédance $\underline{Z_2}$ est :

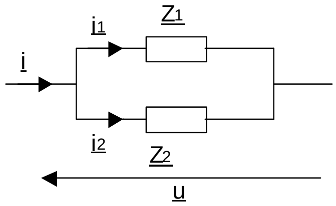
$$\begin{aligned}\underline{U_2} &= \underline{Z_2}\underline{I} = \underline{Z_2}\frac{\underline{U}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}} \\ \underline{U_2} &= \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}}\underline{U} \qquad (21)\end{aligned}$$

La relation (21) est le pont diviseur de tension.

Attention ! Pour pouvoir appliquer le pont diviseur de tension, il est absolument nécessaire que le courant traversant les deux impédances soit le même ! ! Il est interdit d'appliquer ce pont diviseur de tension par exemple, si une troisième impédance dans laquelle circule du courant, est branchée entre $\underline{Z_1}$ et $\underline{Z_2}$.

4.3.3.2. Associations parallèles

Considérons deux impédances $\underline{Z_1}$ et $\underline{Z_2}$ placées en parallèle.



La loi d'ohm aux bornes de ces impédances s'écrit :

$$\underline{U} = \underline{Z_1}\underline{I_1}$$

$$\underline{U} = \underline{Z_2}\underline{I_2}.$$

La tension aux bornes de ces deux composants est la même. Compte tenue de l'additivité des courant (loi des noeuds), il vient :

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{I_1} + \underline{I_2} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z_1}} + \frac{\underline{U}}{\underline{Z_2}} \\ \underline{I} &= \left(\frac{1}{\underline{Z_1}} + \frac{1}{\underline{Z_2}}\right)\underline{U} = \frac{1}{\underline{Z_{eq}}}\underline{U}. \end{aligned}$$

Deux impédances placées en série sont donc équivalentes à une impédance de valeur $\underline{Z_{eq}}$ telle que :

$$\frac{1}{\underline{Z_{eq}}} = \frac{1}{\underline{Z_1}} + \frac{1}{\underline{Z_2}}.$$

Il peut être plus simple d'écrire cette relation en termes d'admittance, car il y a tout simplement additivité des admittances placées en série :

$$\underline{Y_{eq}} = \underline{Y_1} + \underline{Y_2}.$$

Cette relation se généralise pour N admittances placées en série :

$$\underline{Y_{eq}} = \underline{Y_1} + \underline{Y_2} + ... + \underline{Y_N}.$$

Le pont diviseur de courant

Le courant circulant dans l'impédance $\underline{Z_2}$ est :

$$\begin{aligned} \underline{I_2} &= \frac{\underline{U}}{\underline{Z_2}} = \underline{Y_2}\underline{U} = \frac{\underline{Y_2}\underline{I}}{\underline{Y_{eq}}} \\ \underline{I_2} &= \frac{\underline{Y_2}}{\underline{Y_1} + \underline{Y_2}}\underline{I} = \frac{(1/\underline{Z_2})}{1/\underline{Z_1} + 1/\underline{Z_2}}\underline{I}. \end{aligned}$$

4.3.4. Le théorème de superposition

Théorème

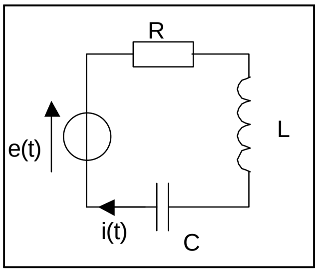
Dans un circuit linéaire contenant des sources sinusoïdales indépendantes, toute grandeur $g(t)$ du circuit ($g(t)$ peut être la tension aux bornes d'un composant ou le courant dans un fil) est la somme des grandeurs $g_k(t)$ observées lorsque toutes les sources sont passivées à l'exception d'une seule.

Rappel : passiver une source de courant revient à la remplacer par un interrupteur ouvert ; passiver une source de tension revient à la remplacer par un fil.

4.4. Exemple d'application : le circuit RLC série

Soit un dipôle composé d'une résistance, d'une bobine et d'un condensateur placés en série ; ce dipôle est alimenté par une source de tension sinusoïdale (GBF) de pulsation ω.

Quelle est la réponse en amplitude du courant $i(t)$ circulant dans ce circuit en fonction de la pulsation ω ?



Cet exemple est traité en classe et sera rédigé ultérieurement.